〔1〕

問 1

運動量保存則より，$0=(M-m)V_1+m(V_1-w)$

$\therefore V_1=\dfrac{m}{M}w$ ・・・(答)

解説

放出された物体の速度をv_1とすると，

物体から見たとき，ロケットは右向きに進むから，その相対速度は正である。

よって，$V_1-v_1=w$ $(\because w>0)$ $\therefore v_1=V_1-w$

問 2

$M_n=M-nm$ ・・・(答)

解説

$M_1=M-m$，$M_2=M-2m$，…，$M_n=M-nm$

問 3

放出された物体の速度をv_nとすると，

運動量保存則より，$M_{n-1}\cdot W_{n-1}=M_n\cdot W_n+mv_n$ ・・・①

また，物体から見ると，ロケットは右向きに進むから，その相対速度は正である。

$\therefore w=W_n-v_n$ $(\because w>0)$

$\therefore v_n=W_n-w$ ・・・②

①，②より，

$M_{n-1}\cdot W_{n-1}=M_n\cdot W_n+m(W_n-w)$

これと$M_n=M-nm$より，

$\{M-(n-1)m\}\cdot W_{n-1}=(M-nm)\cdot W_n+m(W_n-w)$

$\therefore (M-nm)(W_n-W_{n-1})+m(W_n+W_{n-1})-mw=0$

$\therefore (M-nm+m)(W_n-W_{n-1})-mw=0$

$\therefore \{M-(n-1)m\}V_n-mw=0$

$\therefore V_n=\dfrac{m}{M-(n-1)m}w$ ・・・(答)

問 4

ロケットが物体から受ける力積は水平方向だから，鉛直方向は自由落下運動である。

$\therefore L=\dfrac{1}{2}g{t_f}^2$ $\therefore t_f=\sqrt{\dfrac{2L}{g}}$ ・・・(答)

問 5

n 回目の放出時刻を t_n とすると，

数列 $\{t_n\}$ は初項 $t_1 = 0$ [s]，公差 $t_0 = 0.6$ [s]の等差数列だから，

$$t_n = 0.6n - 0.6$$

$t_{n_f} \le t_f$ より，

$$0.6n_f - 0.6 \le t_f$$

問 4 より，$t_f = \sqrt{\dfrac{2L}{g}} = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 4.9}{9.8}} = 1.0$ [s]

$$\therefore 0.6n_f - 0.6 \le 1.0$$

$\therefore n_f = 2$ ・・・(答)

問 6

条件および問 3 より，

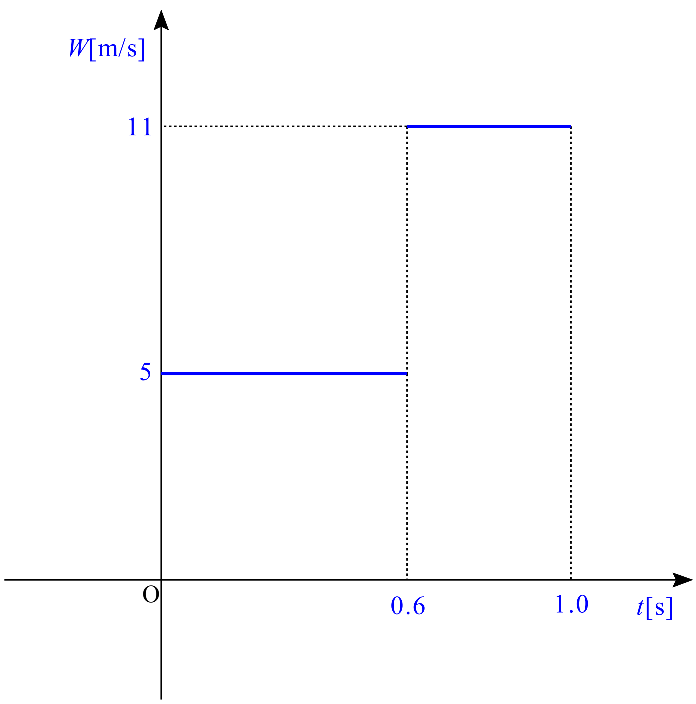
$$V_n = \frac{m}{M-(n-1)m}w = \frac{5}{30-(n-1)\cdot 5} \times 30 = \frac{30}{7-n} \text{[m/s]}$$

よって，

$W_1 = 0 + V_1 = V_1 = \dfrac{30}{7-1} = 5$ [m/s] ・・・(答)

$W_2 = W_1 + V_2 = 5 + \dfrac{30}{7-2} = 11$ [m/s] ・・・(答)

問 7



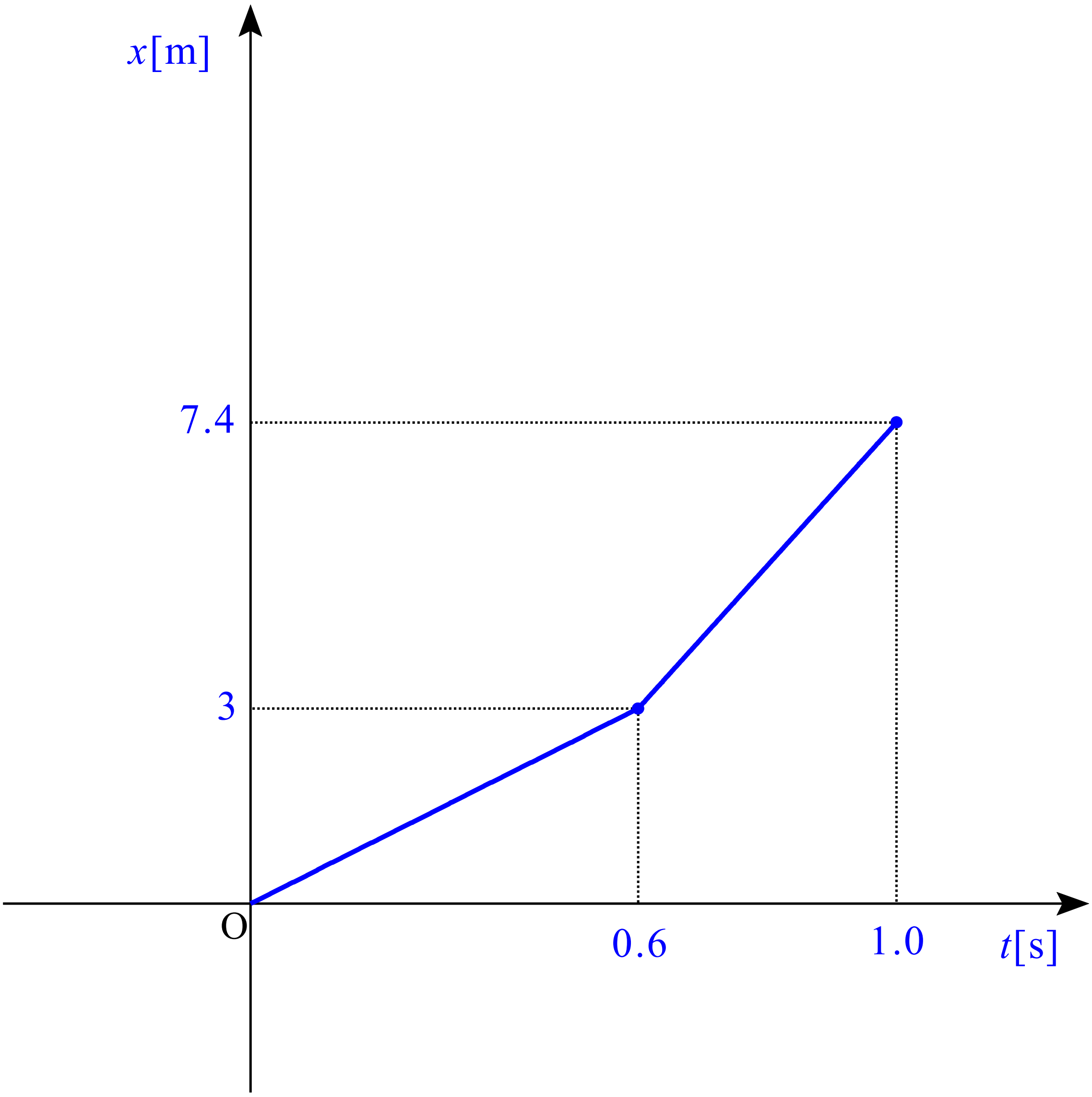
問 8

$0 \le t \le 0.6$ のとき

$x = 5t$

$0.6 \le t \le 1.0 \left(= t_f\right)$ のとき

$x = 11(t - 0.6) + 3$



〔2〕

問 1

$p_1 = \rho dg$

解説

$$\rho\left[\mathrm{kg/m^3}\right]\cdot d\left[\mathrm{m}\right]\cdot g\left[\mathrm{m/s^2}\right]=\rho dg\left[\frac{\mathrm{kg\cdot m\cdot m}}{\mathrm{m^3\cdot s^2}}\right]$$
$$=\rho dg\left[\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s^2}}\cdot\frac{1}{\mathrm{m^2}}\right]$$
$$=\rho dg\left[\mathrm{N}\cdot\frac{1}{\mathrm{m^2}}\right]$$
$$=\rho dg\left[\mathrm{N/m^2}\right]$$

問 2

$mg = \rho dSg$

問 3

定圧過程

解説

変化前の状態$\left(p_1, S(d+h_1), T_1\right)$と変化後の状態$\left(p_2, S(d+h_2), T_2\right)$について,

$S(d+h_1) \neq S(d+h_2)$より，定積過程ではない。

$T_1 \neq T_2$より，等温過程ではない。

容器内の気体が容器など外部に対し仕事をしたにもかかわらず，温度がT_2に上昇したから,

断熱過程ではない。

$p_1 = \rho dg$ ， $p_2 = \rho dg$より， $p_1 = p_2$

よって，定圧過程である。

問 4

$U = mg(h_2 - h_1)$

問 5

$p_1 S(h_2 - h_1)$

解説

$W = p_1 \Delta V = p_1\{S(d+h_2) - S(d+h_1)\} = p_1 S(h_2 - h_1)$

あるいは,

気体は真空に対して仕事をしないから,

その仕事は容器の位置エネルギーの増加となる。

よって，$W = mg(h_2 - h_1)$

これと$mg = \rho dSg$ ， $p_1 = \rho dg$より，$W = p_1 S(h_2 - h_1)$

問 6

$U = W$

問 7

$Q = nC_p(T_2 - T_1)$

解説

$$
\begin{aligned}
Q &= nC_v(T_2 - T_1) + p_1\Delta V \\
&= nC_v(T_2 - T_1) + nR(T_2 - T_1) \\
&= n(C_v + R)(T_2 - T_1) \\
&= nC_p(T_2 - T_1)
\end{aligned}
$$

問 8

$nR(T_2 - T_1)$

解説

$$
\begin{aligned}
p_1\Delta V &= p_1(V + \Delta V) - p_1 V \\
&= nRT_2 - nRT_1 \\
&= nR(T_2 - T_1)
\end{aligned}
$$

問 9

$Q > W$

解説

$Q = nC_v(T_2 - T_1) + W > W \ (\because T_2 > T_1)$

問 10

内部エネルギーの増加

解説

$Q = \Delta U + W$，$Q > W$ より，$\Delta U = Q - W > 0$

〔3〕

Ⅰ

問 1

$$v=\sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$$

解説

力学的エネルギー保存則より，$eV_0+0=0+\frac{1}{2}mv^2 \quad \therefore v=\sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$

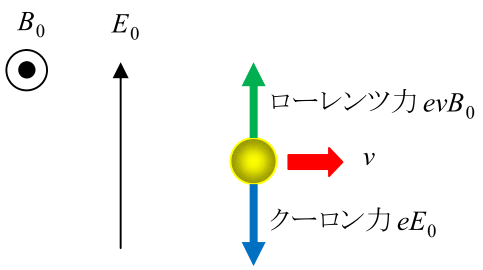
問 2

$$v=\frac{E_0}{B_0}$$

解説

電子が電界から受けるクーロン力と磁界から受けるローレンツ力のつり合いより，$evB_0=eE_0$

$\therefore v=\frac{E_0}{B_0}$



Ⅱ

問 3

(1) 負

解説

電圧を V_0 より低くすると，電子の速さが小さくなるから，

「クーロン力の大きさ＞ローレンツ力の大きさ」となる。

(2) 増加

解説

磁束密度を増加させることにより，「クーロン力の大きさ＝ローレンツ力の大きさ」にする。

(3) 増加

解説

電圧を V_0 より低くすると，電子の速さが小さくなるから，$\lambda=\frac{h}{mv}$ より，波長 λ は大きくなる。

これと $n=1$ のとき，$2d\sin\theta=\lambda$ より，θ は増加する。

Ⅲ

問 4

電圧を下げると電子の速さ v が小さくなるから，$\lambda = \dfrac{h}{mv}$ より，波長 λ は大きくなる。

一方，電子の波が強め合うときの波長 λ の上限 $\lambda_{\max}$ は，

$2d\sin\theta = n\lambda$ より，$\dfrac{n\lambda}{2d} = \sin\theta \leq 1 \quad \therefore \lambda \leq \dfrac{2d}{n} \leq 2d$ より，$\lambda_{\max} = 2d$

よって，電圧を大幅に下げ，波長が $2d$ より大きくなると，強め合う角度が存在しなくなる。

問 5

$$\frac{h}{\sqrt{2meV_0}} < d < \frac{\sqrt{5}h}{2\sqrt{2meV_0}}$$

解説

電圧が $\dfrac{V_0}{4}$ のとき装置を通り抜ける電子の速さを v_1，波長を λ_1 とすると，

$e\cdot\dfrac{V_0}{4} = \dfrac{1}{2}mv_1{}^2$ より，$m^2v_1{}^2 = \dfrac{meV_0}{2}$

$$\therefore mv_1 = \sqrt{\frac{meV_0}{2}}$$

$$\therefore \lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{\dfrac{meV_0}{2}}} = \frac{\sqrt{2}h}{\sqrt{meV_0}}$$

$n=1$ の強め合いが観測されるとき，$2d\sin\theta = \dfrac{\sqrt{2}h}{\sqrt{meV_0}}$

装置 3 の検出器の位置より，$\theta < \dfrac{\pi}{2}$ だから，$\sin\theta < 1$

よって，$\dfrac{\sqrt{2}h}{\sqrt{meV_0}} < 2d \quad \therefore \dfrac{h}{\sqrt{2meV_0}} < d \quad \cdots①$

電圧が $\dfrac{V_0}{5}$ のとき装置を通り抜ける電子の速さを v_2，波長を λ_2 とすると，

$e\cdot\dfrac{V_0}{5} = \dfrac{1}{2}mv_2{}^2$ より，$m^2v_2{}^2 = \dfrac{2meV_0}{5}$

$$\therefore mv_2 = \sqrt{\frac{2meV_0}{5}}$$

$$\therefore \lambda_2 = \frac{h}{\sqrt{\dfrac{2meV_0}{5}}} = \frac{\sqrt{5}h}{\sqrt{2meV_0}}$$

$n=1$ の強め合いが観測されないから,

$$2d \leq \frac{\sqrt{5}h}{\sqrt{2meV_0}} \quad \therefore d \leq \frac{\sqrt{5}h}{2\sqrt{2meV_0}} \quad \cdots ②$$

①, ②より,

$$\frac{h}{\sqrt{2meV_0}} < d \leq \frac{\sqrt{5}h}{2\sqrt{2meV_0}}$$